

## Elementarna matematika - Diofantske enačbe 1

1. \* Dani so pari števil:

(a)  $a = 2257$  in  $b = 1647$ .

- S pomočjo Evklidovega algoritma najprej poiščite največji skupni delitelj  $d = D(a, b)$  danega para števil.
- Izrazite  $d = D(a, b)$  kot linearno kombinacijo števil  $a$  in  $b$ , t.j. za dani par števil  $a$  in  $b$  poišči celoštevilsko rešitev  $(x, y)$  enačbe  $ax + by = d$ .
- Zapišite splošno rešitev diofantske enačbe  $ax + by = 10 \cdot d$ .

2. \*\* Dana je diofantska enačba

- $132x + by = 72$ ,

kjer je  $b$  celo število.

- (a) Za  $b = 234$  z Eulerjevo metodo poiščite vse rešitve dane diofantske enačbe, če je ta seveda rešljiva.
- (b) Ali je diofantska enačba rešljiva v primeru, ko je  $b = 205$ ? Če je odgovor pritrdilen, poiščite vse njene rešitve.
- (c) Poiščite vsa cela števila  $b$ , da diofantska enačba ne bo imela rešitve.

3. Dana je diofantska enačba  $(2n + 1)x - (3n + 1)y = 1$ , kjer je  $n$  naravno število.

- (a) Poiščite rešitve diofantske enačbe, če je  $n = 5$ .
- (b) Dokažite, da je diofantska rešljiva za vsak  $n \in \mathbb{N}$ .

4. Banana stane 13 centov, jabolko pa 9 centov. S pomočjo reševanja ustrezne diofantske enačbe ugotovite, koliko banan in jabolk lahko kupimo, če imamo 2 evra in 63 centov, ter želimo porabiti ves denar? Poiščite vse možnosti.

5. Ali je množica parov  $(x, y)$ , kjer je  $x = 7 + 5k$ ,  $y = 3 - 2k$ , ter  $k \in \mathbb{Z}$ , celotna rešitev kakšne diofantske enačbe?

6. \*\*\*

- (a) Poiščite kakšno linearno diofantsko enačbo z dvema neznankama, ki ima za rešitvi  $x_1 = 3$ ,  $y_1 = 1$  in  $x_2 = -1$ ,  $y_2 = 8$ . Poiščite vse rešitve.
- (b) Ali je množica parov  $(x, y)$ , kjer je  $x = 7 + 5k$ ,  $y = 3 - 2k$ , ter  $k \in \mathbb{Z}$ , celotna rešitev kakšne diofantske enačbe?