

Elementarna matematika - Diofantske enačbe 2

1. * Dana je diofantska enačba $3x + 30y + 15z = d$.
 - (a) Pokažite, da enačba nima rešitve, če je $d = 1$.
 - (b) Pokažite, da je enačba rešljiva, če je $d = 15$, ter poiščite vse rešitve.
2. Reši diofantsko enačbo: $5x + 6y - 4z = 7$.
3. (a) [11] Rešite diofantsko enačbo $121x + 44y + 22z = 33$.
(b) [6] Poiščite pet naravnih števil a , da diofantska enačba $ax + 44y + 22z = 33$ ne bo imela celoštevilskih rešitev.
4. Banana stane 9 centov, pomaranča 10 centov, jabolko pa 13 centov. S pomočjo reševanja ustrezne diofantske enačbe ugotovite, koliko banan in jabolk lahko kupimo, če imamo 5 evrov in 63 centov, ter želimo porabiti ves denar? Poiščite vse možnosti.
5. ** Rešite sistem diofantskih enačb

$$2x - 3y + 5z = 1, \quad 34x - 49y = 56.$$

6. [6] Poiščite vsaj eno tako celo število a , da sistem enačb $5x - 2y + 3z = 2$ in $ax + y - 4z = 1$ ne bo imel celoštevilskih rešitev.
7. *** Pokažite, da je natanko eno izmed števil katerekoli primitivne celoštevilske pitagorejske trojice deljivo s 3, t.j. natanko eno izmed paroma tujih celih števil a, b, c , ki rešijo diofantsko enačbo $a^2 + b^2 = c^2$, je deljivo s 3.